|  |  |
| --- | --- |
| МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ | |
| Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  «Пермский государственный национальный исследовательский университет» | |
| **ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ** *Лабораторная работа №3*  **«Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений»** | |
| Варианты №10, 11 | |
|  | Работу выполнили студенты группы ПМИ – 1,2  Усанин Александр и Шукшина Мария |
| Оценка отчета   |  |  |  | | --- | --- | --- | |  | Баллы |  | | Конспект |  |  | | Опоздание с отчетом |  |  | | Попытки |  |  | | Замечания к отчету |  |  | | Программа |  |  | | Выводы  (Заключение) |  |  | | Защита |  |  | | ИТОГО: |  |  | | Проверил:  профессор, доктор физико-математических наук  С. В. Русаков  “\_\_\_\_” 20\_\_ г. |
| Замечания:  Пермь 2018 | |

**ЗАДАНИЕ**

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений  итерационными методами с критерием остановки (по невязке):

* методом простой итерации;
* градиентным методом наискорейшего спуска;
* методом ПВР;
* методом сопряженных градиентов.

В качества начального приближения выбирать вектор.

1. Для каждого метода получить число итераций, необходимое для достижения требуемой точности (по невязке), выдавая (на печать) на каждом шаге (или через заданное число шагов)

* значение параметров итерационного метода;
* значение нормы невязки;
* оценку нормы матрицы перехода q;
* оценку погрешности приближенного решения.

1. Оценку нормы матрицы перехода осуществлять по формуле



1. В методе простой итерации значения итерационного параметра вычислять по формуле



1. В методе ПВР получить решение при оптимальном значении параметра , которое необходимо определить, варьируя параметр в диапазоне (0, 2) с шагом 0.1, и производя вычисления с критерием остановки  (или по критерию минимальности нормы вектора невязки при заданном числе итераций).
2. Провести анализ эффективности рассматриваемых методов.
3. Сравнить решение, полученное итерационным методом, с решением полученным прямым методом.
4. Сравнить фактическое число итераций, необходимое для достижения заданной точности, с теоретической оценкой, вычислив число обусловленности.

**ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ**

x =

Вариант 10:

А =

Вариант 11:

А =

**РЕШЕНИЕ**

Вариант 10:

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений  итерационными методами с критерием остановки (по невязке):

* методом простой итерации;
* градиентным методом наискорейшего спуска;
* методом ПВР;
* методом сопряженных градиентов.

В качества начального приближения выбирать вектор.

2. Для каждого метода получить число итераций, необходимое для достижения требуемой точности (по невязке), выдавая (на печать) на каждом шаге (или через заданное число шагов)

* значение параметров итерационного метода;
* значение нормы невязки;
* оценку нормы матрицы перехода q;
* оценку погрешности приближенного решения.

3. Оценку нормы матрицы перехода осуществлять по формуле



4. В методе простой итерации значения итерационного параметра вычислять по формуле



5. В методе ПВР получить решение при оптимальном значении параметра , которое необходимо определить, варьируя параметр в диапазоне (0, 2) с шагом 0.1, и производя вычисления с критерием остановки  (или по критерию минимальности нормы вектора невязки при заданном числе итераций).

6. Провести анализ эффективности рассматриваемых методов.

7. Сравнить решение, полученное итерационным методом, с решением полученным прямым методом.

8. Сравнить фактическое число итераций, необходимое для достижения заданной точности, с теоретической оценкой, вычислив число обусловленности.

Вариант 11:

**КРАТКИЕ ВЫВОДЫ**

С числом обусловленности связано множество утверждений и оценок теории вычислительной математики. Мы рассматривали задачу вида . Допустим, уравнение решается с погрешностью, тогда число обусловленности характеризует насколько велика будет погрешность решения. Учитывая, что наилучшим числом обусловленности является 1, можно сделать вывод о том, что при решении уравнений в обоих вариантах получилась достаточно большая погрешность.

**ТЕКСТ ПРОГРАММЫ**